

◆2.2.9. FUNDAMENTOS DE LA TEORÍA DE GRAFOS (3º) (Ingeniero T. en Informática de Sistemas)

1.- Introducción.

La asignatura de Fundamentos de la teoría de grafos es una asignatura del plan de estudios de Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas de carácter optativo y cuatrimestral, con una asignación de 12 créditos. Está concebida como una continuación de la asignatura de Matemática Discreta que se cursó en primer curso y tiene un marcado enfoque práctico, aplicado y computacional, además de un acentuado carácter formativo.

La asignatura se plantea como respuesta a una variada serie de problemas de la “vida real” (diseño de bloques, almacenamiento de productos químicos, flujo en redes, diseño de circuitos, transporte de viajeros, asignaciones horarias o de tareas, ..), lo que le confiere el enfoque **aplicado** que señalamos arriba, aprendiendo el alumno, además, a buscar modelos matemáticos adecuados para gran número de situaciones diferentes, lo que suele ser de gran utilidad en el desarrollo profesional.

El tratamiento que se pretende dar a la asignatura es **práctico** pues, aparte de la resolución de ejemplos y ejercicios sobre el papel, se dedicará aproximadamente el cincuenta por ciento de los créditos a la realización de prácticas con ordenador y a la resolución de algún problema concreto (a ser posible, extraído de un caso real). Este último (en adelante, el **proyecto**) será distinto para cada alumno o grupo de alumnos y se valorará con el 30% de la puntuación final.

El enfoque de la asignatura es **computacional**, pues se insistirá en presentar algoritmos para resolver cada uno de los problemas planteados (incluso se demostrarán algunos teoremas basándose en algún algoritmo concreto) y porque, al tratar de completar el proyecto será imprescindible el uso del ordenador.

El carácter **formativo** que posee la asignatura se debe, no sólo a que lo tienen las Matemáticas en general sino, en concreto, a que el lenguaje y las herramientas que se usan en la asignatura son los habituales en gran parte de las asignaturas de la carrera y en el desarrollo profesional.

Un aspecto importante a resaltar es la diferencia **cuantitativa** en la selección de ejemplos a estudiar respecto a los de la asignatura de Matemática Discreta; ya no se tratará de buscar ejemplos que se traduzcan en grafos con unos pocos vértices (rara vez más de 10) sino que pueden tener cientos (o miles). Esto se traducirá en una diferencia **cualitativa** a la hora de elegir los posibles métodos de resolución del problema planteado e, incluso, la propia manera de representar el grafo.

2.- Programa de la asignatura.

Tema 1.- Nociones básicas.

Grafos (valencia, subgrafos, isomorfismo, ..). Ejemplos. Digrafos. Valencias de entrada y salida. Propiedades. Multigrafos. Multigrafos dirigidos. Bucles.

Tema 2.- Grafos y algoritmos.

Complejidad de un algoritmo. NP-completitud. Algoritmos de ordenación. Algoritmos de búsqueda. Algoritmo voraz.

Tema 3.- Representación de grafos.

Representación de grafos. Matriz de incidencia. Matriz de adyacencia. Propiedades. Representación de grafos en el ordenador.

Tema 4.- Árboles.

Árboles: propiedades. Árboles enraizados. Algoritmo de búsqueda en profundidad. Aplicación a la determinación de bloques. Algoritmo de búsqueda en anchura. Árbol recubridor de peso mínimo. Algoritmos de Kruskal, Prim y Boruvka.

Tema 5.- Caminos y distancias.

Distancia en grafos. Distancia en grafos ponderados. Excentricidad, centro, radio y diámetro de un grafo. Digrafos de actividad. Algoritmo del camino crítico. Códigos de corrección de errores.

Tema 6.- Conectividad.

Componentes conexas. Conexión débil, unilateral y fuerte. Grafos n-conexos. Vértice y aristas de corte. El problema del cartero. Grafos eulerianos. Digrafos eulerianos. Caracterizaciones. El problema del viajante. Grafos hamiltonianos.

Tema 7.- Redes y flujo.

Redes. Flujos y cortes. Teorema del flujo máximo y corte mínimo. Algoritmo de etiquetado para flujos en redes. Complejidad. Aplicación: teorema de Mergen.

Tema 8.- Emparejamientos y factorizaciones.

Introducción. Algoritmos de emparejamiento máximo en grafos bipartitos y en grafos bipartitos ponderados. Algoritmo de emparejamiento máximo en grafos en general. Factorización de un grafo. Diseño de bloques.

Tema 9.- Grafos planos.

Diseño de circuitos. Grafos planos. Subdivisiones de un grafo. Teorema de Kuratowski. Algoritmos de planaridad de un grafo. Grafos platónicos. Número de cruce.

Tema 10.- Coloreado de un grafo.

Vértice-corareado de un grafo. Número cromático. Grafo crítico para el color. Polinomio cromático. Arista-coloración. El problema de los cuatro colores.

Algunos de los temas repasarán conceptos ya estudiados en Matemática Discreta, pero se generalizará el estudio (por ejemplo, los grafos dirigidos o digrafos constituirán el objeto de estudio de una parte importante de la asignatura) y/o se profundizará más en el conocimiento de las propiedades de los entes que se estudian.

3.- Bibliografía.

N. Biggs, "Matemática Discreta". Vicens Vives (1994).

G. Chartrand, O. Oellerman, "Applied and algorithmic graph theory". McGraw-Hill (1993).

R. Grimaldi, "Matemáticas Discreta y combinatoria". Addison-Wesley Iberoamericana (1997).

N. Harstfield, G. Ringel, "Pearls in graph theory". Academic Press (1990).

4.- Evaluación.

1.- El 30% de la calificación procederá de la realización de un **proyecto** (resolución de un problema extraído o similar a los de la vida real, que utilice, al menos, cientos de datos y que pueda resolverse por las técnicas explicadas en la asignatura). El proyecto será propuesto por el profesor, aunque podría aceptarse alguno propuesto por el propio alumno.

2.- El 70% restante de la calificación reflejará el aprovechamiento obtenido por el alumno y se medirá por medio de una prueba final (que podría exigir el uso de ordenador).

3.- Para superar la asignatura (obtener un puntuación final igual o superior a 5), es imprescindible la asistencia a las clases prácticas.

5.- Profesorado.

D. José Ramón Gómez Martín.