



UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Dpto. Matemática Aplicada I

Teoría de Grafos

3^{er} curso de Ingeniería
Informática

2º Cuatrimestre

Curso 2000/2001

Introducción

La asignatura de Teoría de Grafos es una asignatura del plan de estudios de Ingeniería Informática de carácter optativo y cuatrimestral, con una asignación de 6 créditos. Está concebida como una continuación de la asignatura de *Matemática Discreta* que se cursó en primer curso y tiene un marcado enfoque práctico, aplicado y computacional, además de un acentuado carácter formativo.

La asignatura se plantea como respuesta a una variada serie de problemas de la "vida real" (diseño de bloques, almacenamiento de productos químicos, flujo de redes, diseño de circuitos, transporte de viajeros, asignaciones horarias o de tareas, localización de elementos interesantes como hospitales, retenes de bomberos,...), lo que le confiere el enfoque **aplicado** que señalamos arriba, aprendiendo el alumno, además, a buscar modelos matemáticos adecuados para gran número de situaciones diferentes, lo que suele ser muy habitual en el desarrollo profesional.

El tratamiento que se pretende dar a la asignatura es **práctico** pues, aparte de la resolución de ejemplos y ejercicios sobre el papel, se dedicará una parte importante de los créditos a la realización de prácticas de ordenador y a la resolución de algún problema concreto (a ser posible, extraído de un caso real). Este último (en adelante el **proyecto**) será distinto para cada alumno o grupo de alumnos y se valorará con el 20% de la puntuación final.

El enfoque de la asignatura es **computacional**, pues se insistirá en presentar algoritmos para resolver cada uno de los problemas planteados (incluso se demostrarán algunos teoremas basándose en algún algoritmo concreto) y porque, al tratar de completar el proyecto será imprescindible el uso del ordenador.

El carácter **formativo** de la asignatura se debe, no sólo al carácter formativo que tienen las Matemáticas en general sino, en concreto, a que el lenguaje y las herramientas que se usan en la asignatura son los habituales en gran parte de las asignaturas de la carrera y en el

habituales en gran parte de las asignaturas de la carrera y en el desarrollo profesional.

Un aspecto importante a resaltar es la diferencia **cuantitativa** en la selección de ejemplos a estudiar respecto a los de la asignatura de *Matemática Discreta*; ya que no se tratará de buscar ejemplos que se traduzcan en grafos de unos pocos vértices (rara vez más de 10) sino que pueden tener cientos (o miles). Esto se traducirá en una diferencia **cualitativa** a la hora de elegir los posibles métodos de resolución del problema planteado e, incluso, la propia manera de representar el grafo.

Programa

● Tema 1.- Nociones básicas

Grafos (valencia, subgrafos, isomorfismo, ...). Ejemplos. Digrafos. Valencias de entrada y de salida. Propiedades. Multigrafos. Multigrafos dirigidos. Bucles.

● Tema 2.- Grafos y algoritmos

Complejidad de un algoritmo. NP-completitud. Algoritmos de ordenación. Algoritmos de búsqueda. Algoritmo voraz.

● Tema 3.- Representación de grafos

Representación de grafos. Matriz de incidencia. Matriz de adyacencia. Propiedades. Representación de grafos en el ordenador.

● Tema 4.- Árboles

Árboles: propiedades. Árboles enraizados. Algoritmo de búsqueda en profundidad. Aplicación a la determinación de bloques. Algoritmo de búsqueda en anchura. Árbol recubridor de peso mínimo. Algoritmos de Kruskal, Prim y Boruvka.

● Tema 5.- Caminos y distancias

Distancia en grafos. distancia en grafos ponderados. Excentricidad, centro, radio y diámetro de un grado. Digrafos de actividad. Algoritmo del camino crítico. Códigos de corrección de errores.

● Tema 6.- Conectividad

Componentes conexas. Conexión débil, unilateral y fuerte. Grafos n-conexos. Vértice y aristas de corte. El problema del cartero. Grafos eulerianos. Digrafos eulerianos. Caracterizaciones. El problema del viajante. Grafos hamiltonianos.

● Tema 7.- Redes y flujo

Redes. Flujos y cortes. Teorema del flujo máximo y corte mínimo. Algoritmo de etiquetado para flujos en redes. Complejidad. Aplicación: teorema de Mergen.

● Tema 8.- Emparejamientos y factorizaciones

Introducción. Algoritmos de emparejamiento máximo en grafos bipartitos y en grafos bipartitos ponderados. Algoritmo de emparejamiento máximo en grafos en general. Factorización de un grafo. Diseño de bloques.

● Tema 9.- Grafos planos

Diseño de circuitos. Grafos planos. Subdivisiones de un grafo. Teorema de Kuratowski. Algoritmos de planaridad de un grado. Grafos platónicos. Número de cruce.

● Tema 10.- Coloreado de un grafo

Vértice coloreado de un grafo. Número cromático. Grafo crítico para el color. Polinomio cromático. Arista-coloración. El problema de los cuatro colores.

Alguno de los temas repasarán conceptos ya estudiados en *Matemática Discreta*, pero se generalizará el estudio (por ejemplo, los grafos dirigidos o digrafos constituirán el objeto de estudio de una parte importante de la asignatura) y/o se profundizará más en el conocimiento de las propiedades de los entes que se estudian.

Bibliografía

- N. Biggs. *Matemática discreta*. Vicens Vives, 1994.
- G. Chartrand y O. Oellerman. *Applied and algorithmic graph theory*. McGraw-Hill, 1993
- R. Grimaldi. *Matemáticas Discreta y combinatoria*. Addison-Wesley

